



PROGRAMMA SVOLTO
4° Liceo Scientifico
Anno Scolastico 2020-2021
Materia: **MATEMATICA**
Docente: Francesco Meazzini

PROGRAMMA SVOLTO

❖ Gruppi e omomorfismi

Gruppi

Definizione, unicità dell'elemento neutro e unicità dell'inverso. Gruppo additivo dei reali, gruppo moltiplicativo dei reali positivi, gruppo diedrale del triangolo.

Omomorfismi

Definizione e prime proprietà. Ogni omomorfismo preserva l'elemento neutro e gli inversi (con dimostrazioni). Esempi: esponenziale, logaritmo.

❖ Esponenziali e logaritmi

Esponenziali

Costruzione dell'esponenziale con esponente naturale, intero, razionale e reale. Proprietà dell'esponenziale come omomorfismo dal gruppo additivo dei reali nel gruppo moltiplicativo dei reali positivi. Grafici. Equazioni e disequazioni esponenziali.

Logaritmi

Definizione del logaritmo. Proprietà del logaritmo come omomorfismo dal gruppo moltiplicativo dei reali positivi nel gruppo additivo dei reali. Condizioni di esistenza. Numero di Nepero e logaritmo naturale. Grafici. Equazioni e disequazioni logaritmiche (anche parametriche). Grafici dei logaritmi (con modulo e traslazioni).

Applicazioni

Relazione fra concentrazione molare e pH di una soluzione.

❖ Numeri complessi

Forma algebrica e rappresentazione grafica

Proprietà di gruppo additivo, rappresentazione vettoriale sul piano complesso, interpretazione geometrica della somma, interpretazione geometrica del prodotto per l'unità immaginaria, complesso coniugato, modulo di un numero complesso, inverso moltiplicativo e relazione fra di essi.

Forma trigonometrica e coordinate polari

Funzioni goniometriche seno e coseno. Interpretazione geometrica e relazione con il moto armonico. Calcolo esplicito per valori noti dell'angolo, relazione con parte reale e parte immaginaria di un numero complesso. Tangente: interpretazione geometrica e relazione con seno e coseno, ruolo dell'arcotangente. Relazioni fra coordinate polari, forma algebrica e forma trigonometrica di un numero complesso. Introduzione alle radici n-esime dell'unità: definizione e loro rappresentazione nel piano complesso.

❖ Funzioni goniometriche

Forma algebrica e rappresentazione grafica

Misura degli angoli in radianti, periodicità di seno, coseno e tangente. Relazioni fondamentali della goniometria (con dimostrazione). Costruzione dei grafici: seno, coseno, tangente, cotangente. Interpretazione geometrica di seno, coseno, tangente, cotangente, secante e cosecante (con dimostrazioni). Periodo di seno e coseno. Angoli associati: opposti, complementari, supplementari, esplementari, angoli che differiscono di $\pi/2$, π , $3\pi/2$, 2π .

Funzioni goniometriche inverse

Concetto di funzione e funzione inversa, restrizione di dominio e codominio per funzioni non invertibili. Esempi: esponenziali, logaritmi, arcoseno, arccoseno, arcotangente. Grafici e domini delle funzioni inverse.

Applicazioni

Moto armonico come proiezione di un moto circolare uniforme. Interpretazione della legge oraria in termini delle funzioni goniometriche. Discussione dei grafici sinusoidali e cosinusoidali al variare di ampiezza, pulsazione e fase iniziale. Effetti di dilatazione, contrazione, periodicità e traslazione.

Funzioni inverse

Grafico di una funzione inversa. Esempi: radice quadrata, esponenziali, logaritmi, arcoseno, arccoseno, arcotangente. Dominio e immagini delle funzioni goniometriche inverse.

❖ **Formule goniometriche**

Formule di addizione, sottrazione, bisezione

Formule di addizione e sottrazione per seno e coseno (con dimostrazioni). Formule di bisezione (con dimostrazione).

Applicazioni

Equazione implicita ed esplicita di una retta nel piano (con dimostrazione). Significato geometrico del coefficiente angolare e relazione con la tangente dell'angolo formato con l'asse orizzontale (con dimostrazione).

Angolo fra due rette nel piano (con dimostrazione).

Grafico di $y = a \sin(x) + b \cos(x)$ tramite l'angolo aggiunto.

Ripasso su parabole e grafici. Equazione di una circonferenza, rette tangenti condotte da un punto esterno, angoli fra due rette tangenti a una circonferenza.

❖ **Equazioni goniometriche**

Equazioni goniometriche in seno, coseno e tangente. Visualizzazione grafica delle soluzioni.

Equazioni lineari in seno e coseno: risoluzione tramite il metodo della tangente, risoluzione grafica tramite intersezione retta-circonferenza, risoluzione tramite l'angolo aggiunto.

Equazioni omogenee di secondo grado (con e senza termine noto).

❖ **Trigonometria**

Relazioni fra angoli e lati in un triangolo rettangolo (con dimostrazioni).

Risoluzione di triangoli rettangoli.

Formula per l'area di un triangolo generico (con dimostrazione).

Teorema della corda (con dimostrazione), raggio della circonferenza circoscritta.

Teorema dei seni (con dimostrazione).

Teorema del coseno (con dimostrazione).

Applicazioni ai problemi di trigonometria.